

Das große ABC

Seit vier Jahren diskutieren Mathematiker über den angeblichen Beweis einer rätselhaften Vermutung, den der Japaner Shin'ichi Mochizuki vorgelegt hat. Doch noch immer hat kaum jemand die Arbeit durchdrungen – und vielleicht bleibt das auch so

VON MARLENE WEISS

Es gibt eine Kindergeschichte des Schweizer Autors Peter Bichsel, in der ein einsamer Mann beschließt, seine eigene Sprache zu erfinden. Den Tisch nennt er Teppich, den Stuhl Wecker, das Bett Bild. Zuerst ist er begeistert von seiner Idee und denkt sich immer neue Vokabeln aus; seine Sätze klingen originell und lustig. Aber irgendwann beginnt er, die alten Bezeichnungen zu vergessen.

Diese Geschichte fällt dem jungen Zahlentheoretiker Jakob Stix von der Universität Frankfurt ein, wenn er an seinen japanischen Kollegen Shin'ichi Mochizuki denkt. Mehr als zehn Jahre lang hatte der weitgehend allein an einem Beweis der sogenannten ABC-Vermutung gearbeitet, eines der ganz großen ungelösten Probleme der Mathematik. Im Sommer 2012 war er fertig, und veröffentlichte seinen Beweis. Aber die Mathematikwelt, die er über all die Jahre aufgebaut hat, ist so kompliziert, die Sprache so fremd, dass sich bis heute kaum jemand außer Mochizuki selbst darin zurechtfindet. Und ob der Beweis solide ist, konnte noch immer nicht geklärt werden. „Es ärgert mich sehr, ich würde es gerne verstehen“, sagt Stix; schließlich ist er selbst ein anerkannter Experte auf dem Gebiet. „Wenn das Ergebnis stimmt und der Beweis da ist, dann ist es etwas Großes.“

Darum ist es auch nicht so, dass man sich keine Mühe gegeben hätte. Eine internationale Konferenz zu Mochizukis Arbeit wurde 2015 in Oxford organisiert, eine zweite fand Ende Juli an Mochizukis Institut in Kyoto statt. Viele renommierte Mathematiker haben versucht, die Gedankengänge nachzuvollziehen. Gebracht hat es nicht viel: Noch Jahre werde es wohl dau-

ern, bis der Beweis durchgearbeitet sei, sagten Teilnehmer anschließend. Wenn das überhaupt je gelingt.

Und so bleibt die rätselhafte ABC-Vermutung im Limbo: Nicht bewiesen, nicht unbewiesen. Und das, obwohl oder gerade weil sie für Mathematik-Verhältnisse eigentlich recht einfach ist. Es geht darin nur um Grundrechenarten, um Multiplikation und Addition. Die Vermutung, aufgestellt in den Achtzigerjahren, betrifft die Summe, genannt C, aus zwei Zahlen A und B, sowie deren Zerlegung in Primfaktoren – also in Zahlen, die nicht mehr weiter teilbar sind. Die Vermutung besagt dann stark vereinfacht: Wenn A und B jeweils einen Primfaktor besonders oft enthalten, dann ist

Die Artikel sind in einer eigenen, blumigen Sprache geschrieben

das bei ihrer Summe C meist nicht mehr der Fall. Rechnet man zum Beispiel $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ und $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7$ zusammen, kommt man auf die sperrige Zahl 517, die sich nur noch als $11 \cdot 47$ zerlegen lässt. Die ABC-Vermutung sagt also etwas darüber aus, was mit Zahlen passiert, wenn man sie zusammenzählt – ziemlich das Einfachste, was man so machen kann in der Mathematik, erste Klasse Grundschule. Darum ist die Vermutung so faszinierend und so wichtig: Wäre sie bewiesen, würden viele andere Beweise ganz einfach folgen, es wäre ein tiefer Einblick in die Geheimnisse der Zahlen.

Das gilt jedoch nur, wenn der Beweis auch stichhaltig ist. Aber ist Mochizukis Arbeit das? Der Beweis ist auf vier Artikel verteilt, die zusammen etwa 500 Seiten umfassen; sie wiederum bauen auf diverse frühere Arbeiten von Mochizuki auf. Mehr als tausend Seiten dichte Mathematik in einer

Notation, die kaum einer versteht: Viel Spaß dabei. Man kann nicht von jedem Mathematiker erwarten, dass er all das durcharbeitet. „Ein Beweis hat immer auch einen sozialen Aspekt“, sagt Jakob Stix. „Es braucht eine Gruppe von Experten, die übereinkommen, dass es stimmt. Und denen man das auch glauben kann.“

Bislang hat dieses Prinzip meist funktioniert. Etwa bei Fermats letztem Satz, bewiesen 1994 von Andrew Wiles, auch dieser Beweis war ein Mammutwerk. Und in der ersten Fassung fehlerhaft: Wiles hatte seine Arbeit zur Veröffentlichung in den *Annals of Mathematics* eingereicht, einer der beiden weltweit wichtigsten Mathematikzeitschriften. Dort wurde er Abschnitt für Abschnitt von mehreren Experten gründlich geprüft. Dabei fiel einem der Mathematiker ein tückischer Fehler auf, der den ganzen Beweis zunichte machte. Wiles konnte die Lücke jedoch schließen, sein Beweis gilt bis heute als Meilenstein.

Ob so etwas auch mit Mochizukis Arbeit gelingen wird, ist jedoch fraglich. Offenbar hat er seinen Beweis bei einer der japanischen Zeitschriften eingereicht, in denen auch seine früheren Arbeiten erschienen sind. Das mag verschiedene Gründe haben. Aber eine Veröffentlichung dort hätte nicht annähernd das gleiche Gewicht wie in einem der internationalen Flaggschiffe.

Mochizuki selbst spricht nicht mit Journalisten, auch auf eine SZ-Anfrage hat er nicht reagiert. Auf seiner Website, auf der er sich als „Inter-Universaler Geometer“ vorstellt, weist Mochizuki potenzielle Bewerber um Forschungsstellen kühl darauf hin, dass die offizielle Sprache am Institut Japanisch sei. Das möge manchen als ärgerliches Hindernis erscheinen, aber erstens gebe es international keinerlei Knappheit

an englischsprachigen Instituten. Und im Übrigen sei die japanischsprachige mathematische Tradition in Kyoto ein wertvolles kulturelles Erbe für die ganze Welt. Wenn das Ziel sein sollte, sich diese Welt nach Möglichkeit vom Hals zu halten, sind diese Worte vermutlich ganz gut gewählt.

Mittlerweile ist die Mathematikergemeinde fast hoffnungslos gespalten. Auf der einen Seite steht Mochizuki mit seinen Anhängern; einige wenige behaupten, den Beweis verstanden zu haben. Andere sind zumindest von der Genialität der Arbeit überzeugt und wühlen sich weiter durch die Notation. Taylor Dupuy zum Beispiel, ein junger Mathematiker an der University of Vermont. Mit Kollegen veranstaltet er im September eine weitere Konferenz über Mochizukis Arbeit, sein Enthusiasmus ist ungebrochen. „Es sind so viele neue Ideen, so viel, was man damit tun kann“, sagt er. „Und es ist viel Arbeit, aber wir kommen voran.“

Die ersten beiden Teile von Mochizukis Arbeit seien einigermaßen verstanden, der vierte auch, nur beim dritten und zentralen sei man noch am Anfang. Und das Treffen in Kyoto habe viel gebracht. Mochizukis Vorträge sind zwar weltberühmt für ihre einzigartige Unverständlichkeit. „Aber Fragen hat er sehr gut beantwortet!“, sagt Dupuy. Klar, die Sprache sei kompliziert. Aber manches davon sei wohl nötig, wenn man etwas völlig Neues sagen wolle.

Das jedoch betrachten viele Experten anders, und sehen nicht ein, dass sie Jahre ihres Lebens und ihrer Karriere in dieses Gewirr investieren sollen. Jakob Stix zum Beispiel glaubt nicht, dass Mochizukis eigene Mathematik-Sprache wirklich nötig ist. „Vieles wird mit neuen, blumigen Worten gesagt, über allem liegt eine Firnschicht

der Vernebelung“, sagt er. „Das macht es so schwierig.“

Eigentlich, meint er, müsste man ein Team aufstellen, das den Beweis prüft; ein paar junge, motivierte Leute, ein paar Experten, die sich über Jahre mit nichts anderem beschäftigen. Wieso eigentlich nicht? „Mathematische Forschung ist so billig, für andere Dinge geben wir Milliarden aus“, sagt Stix. Aber so, auf gut Glück und allein, ist es ein Risiko, sich in Mochizukis Arbeit festzubeißen, gerade wenn man noch keine feste Stelle hat. Im besten Fall gehen die Lorbeeren an Mochizuki; im schlechtesten Fall war alles umsonst.

Er müsse das besser erklären, findet sein Doktorvater

Auch Gerd Faltings klingt müde, wenn man ihn nach Mochizukis Arbeit fragt. Sein Wort hat Gewicht, denn er ist nicht nur Direktor am Bonner Max-Planck-Institut für Mathematik und einziger deutscher Träger der renommierten Fields-Medaille, sondern auch noch Mochizukis Doktorvater. Grundsätzlich traut Faltings seinem ehemaligen Schüler durchaus zu, die ABC-Vermutung zu beweisen. „Aber wenn er sich nicht mehr Mühe gibt, das zu erklären, dann hat es keinen Zweck, dann wird das in der Luft hängen bleiben“, sagt er. In Kyoto war er nicht mehr dabei: Der erste Workshop in Oxford habe ihn zu sehr enttäuscht, klüger sei er da nicht geworden.

Tisch heißt Teppich, Stuhl heißt Wecker, Bett heißt Bild. In der Geschichte von Peter Bichsel hat der Mann am Ende so große Mühe, sich noch mit anderen Menschen zu verständigen, dass er nur noch mit sich selbst spricht. Es ist eine sehr traurige Geschichte.